

Exercices supplémentaires corrigés

Partie 1 : Suites numériques

Exercice 1 : Déterminer la raison « R » de :

- a) la suite arithmétique $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sachant que $u_0 = 1$ et $u_5 = 96$.
b) la suite géométrique $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sachant que $v_0 = 3$ et $v_5 = 96$.

Corrigé :

- a) $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique donc : $u_n = u_0 + nR$, en particulier :

$$u_5 = u_0 + 5R \Rightarrow 96 = 1 + 5R \Rightarrow R = 19$$

- b) $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique donc : $v_n = v_0 \times R^n$, en particulier :

$$v_5 = v_0 \times R^5 \Rightarrow 96 = 3R^5 \Rightarrow R = \sqrt[5]{32} = 2$$

Exercice 2 : Déterminer la raison « R » de :

- a) la suite géométrique $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sachant que $u_{10} = 33$ et $u_{15} = 0.00033$.
En déduire la valeur du terme u_{32}
b) la suite arithmétique $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sachant que $v_{19} = 55$ et $v_{29} = -45$.
En déduire la valeur du terme u_{50}

Corrigé :

- a) $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique donc : $u_n = u_p \times R^{n-p}$, en particulier :

$$u_{15} = u_{10} \times R^5 \Rightarrow 33 \times 10^{-5} = 33R^5 \Rightarrow R = 10^{-1} = 0,1$$

D'autre part : $u_{32} = u_{15} \times R^{17} = 33 \times 10^{-5} \times 10^{-17} = 33 \times 10^{-22}$

- b) $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique donc : $v_n = v_p + (n - p)R$, en particulier :

$$v_{29} = v_{19} + 10R \Rightarrow -45 = 55 + 10R \Rightarrow R = -10$$

D'autre part : $v_{50} = v_{29} + 21R = -45 - 210 = -255$

Exercice 3 : Déterminer le premier terme et la raison d'une suite géométrique à termes positifs, sachant que la somme des cinq premiers termes est 93 et le 5^{ème} terme est égal à 4 fois le 3^{ème}. Calculer la somme des termes du 3^{ème} au 10^{ème} terme.

Corrigé : Soit u_1 le premier terme et k la raison de cette suite. Nous avons :

$$u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 93 \quad \text{et} \quad u_5 = 4u_3$$

Or
$$u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = u_1(1 + k + k^2 + k^3 + k^4) = u_1 \frac{k^5 - 1}{k - 1} \Rightarrow u_1 \frac{k^5 - 1}{k - 1} = 93 \quad (1)$$

et $u_5 = k^2 u_3 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = \pm 2$, la suite est à termes positifs donc $k = 2$. On remplace dans (1) et on obtient :

$$u_1 \times 31 = 93 \Rightarrow u_1 = 3$$

Pour la somme des termes du 3^{ème} au 10^{ème} terme, on a :

$$u_3 + u_4 + u_5 + \dots + u_{10} = u_3(1 + k + k^2 + \dots + k^7) = u_3 \frac{k^8 - 1}{k - 1} ;$$

$$u_3 = k^2 u_1 = 2^2 \times 3 = 12, \text{ on obtient : } u_3 + u_4 + u_5 + \dots + u_{10} = 12 \times (2^8 - 1) = 3060$$

Exercice 4 : La somme des termes d'une suite arithmétique compris, au sens large, entre le 20^{ème} terme et le 30^{ème} terme est égale à 1166 et la somme des termes compris, au sens large, entre le 32^{ème} et le 40^{ème} terme est égale à 1350. Donner la somme des 100 premiers termes de cette suite.

Corrigé : $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique donc : $u_p + u_{p+1} + \dots + u_n = (n - p + 1) \frac{u_p + u_n}{2}$

Ainsi, nous avons : $u_{20} + u_{21} + \dots + u_{30} = 1166 \Rightarrow 11 \frac{u_{20} + u_{30}}{2} = 1166 \Rightarrow u_{20} + u_{30} = 212$

En remplaçant en fonction du premier terme u_1 et la raison R , on obtient : $2u_1 + 48R = 212$

De même : $u_{32} + u_{33} + \dots + u_{40} = 1350 \Rightarrow 9 \frac{u_{32} + u_{40}}{2} = 1350 \Rightarrow u_{32} + u_{40} = 300$

En remplaçant en fonction du premier terme u_1 et la raison R , on obtient : $2u_1 + 70R = 300$

Résolution du système linéaire :
$$\begin{cases} 2u_1 + 48R = 212 \\ 2u_1 + 70R = 300 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 10 \\ R = 4 \end{cases}$$

La somme des 100 premiers termes est donnée par : $u_1 + u_2 + \dots + u_{100} = 100u_1 + \frac{99 \times 100}{2} R$

On obtient : $u_1 + u_2 + \dots + u_{100} = 20800$

Exercice 5 : Une suite géométrique est telle que son 3^{ème} terme est égal à 4 et son 5^{ème} terme est égal à 16 fois le premier. Donner la somme des termes compris, au sens strict, entre le 5^{ème} et le 12^{ème} terme.

Corrigé : Soit u_1 le premier terme et k la raison de cette suite. Nous avons :

$$u_3 = 4 \quad \text{et} \quad u_5 = 16u_1$$

Or $u_5 = k^4 u_1 \Rightarrow k^4 = 16 \Rightarrow k = \pm 2$ et $u_3 = k^2 u_1 = 4u_1 \Rightarrow u_1 = 1$, ainsi deux suites géométriques sont possibles : La suite géométrique de premier terme $u_1=1$ et de raison $k=2$ et la suite géométrique de premier terme $u_1=1$ et de raison $k=-2$

La somme des termes compris, au sens strict, entre le 5^{ème} et le 12^{ème} terme est donnée par :

$$u_6 + u_7 + \dots + u_{11} = u_6(1 + k + k^2 + \dots + k^5) = u_6 \frac{k^6 - 1}{k - 1} = u_1 k^5 \frac{k^6 - 1}{k - 1}$$

Si $k=2$, on obtient : $u_6 + u_7 + \dots + u_{11} = 32 \frac{64 - 1}{2 - 1} = 2016$

Si $k=-2$, on obtient : $u_6 + u_7 + \dots + u_{11} = -32 \frac{64 - 1}{-2 - 1} = 672$

Partie 2 : Intérêts Simples

Exercice 1 :

- 1) Quel est l'intérêt produit à intérêts simples, par un placement d'une somme d'argent de 12500 DH au taux de 10,5% pendant 96 jours ?
- 2) Quel est l'intérêt produit à intérêts simples, par un placement d'une somme d'argent de 15500 DH au taux de 9,5% pendant 7 mois ?
- 3) Soit un capital de 30 000 DH placé à intérêt simple du 17 mars au 27 juillet de la même année, au taux annuel de 12,5%. Calculer l'intérêt produit par ce placement.
- 4) Calculer l'intérêt et la valeur définitive d'un placement à intérêts simples de 15 000 DH pendant 50 jours au taux de 9% l'année.

Corrigé :

Les taux annoncés sont des taux annuels, nous devons convertir la durée de chaque placement en « années ».

1) $C=12500$ DH ; $i=0,105$; $j = 96$ jours = $96/360$ année ; $I = 12500 \times 0,105 \times \frac{96}{360} = 350$ DH

Remarque : 360 jours = année commerciale ; 365 jours = année civile

➤ On prend l'année commerciale au lieu de l'année civile, sauf indication contraire.

2) $C=15500$ DH ; $i=0,095$; $m = 7$ mois = $7/12$ année ; $I = 15500 \times 0,095 \times \frac{7}{12} = 858,99$ DH

- 3) Calculons d'abord le nombre de jours séparant le 17 mars du 27 juillet : on compte le nombre exacte de jours dans chaque mois ; la date initiale (17 mars) exclue et la date finale (27 juillet) incluse. On trouve un total de 132 jours, alors

$$C=30\,000 \text{ DH} ; i=0,125 ; j = 132/360 ; \quad I = 30000 \times 0,125 \times \frac{132}{360} = 1375 \text{ DH}$$

4) $C = 15\,000 \text{ DH} ; i = 0,09 ; j = 50/360 :$

$$I = 15000 \times 0,09 \times \frac{50}{360} = 187,5 \text{ DH} ; \quad V_D = C + I = 15000 + 187,5 = 15187,5 \text{ DH}$$

Exercice 2 : Compléter le tableau ci-dessous :

Capital en DH	Taux annuel (en %)	Durée de placement	Année comptée pour	Intérêt en DH	Valeur définitive
18000	10.5	9 mois	360
.....	9.5	360	665	21665
62000	60 jours	360	948.6
14600	11.65	73 jours	340.18
58400	12.20	365	61249.92

Corrigé :

➤ $C = 18\,000 \text{ DH} ; i = 0,105 ; \text{nombre d'année} = 9/12 :$

$$I = 18000 \times 0,105 \times \frac{9}{12} = 1417,50 \text{ DH} ; \quad V_D = C + I = 18000 + 1417,50 = 19417,50 \text{ DH}$$

➤ $i = 0,095 ; I = 665 \text{ DH} ; V_D = 21665 \text{ DH} :$

$$C = V_D - I = 21000 \text{ DH} ; \quad I = C \times i \times \frac{j}{360} \Rightarrow j = \frac{360 \times I}{C \times i} = 120 \text{ jours}$$

➤ $C = 62000 \text{ DH} ; j = 60 ; I = 948,60 \text{ DH}$

$$V_D = C + I = 62948,60 \text{ DH} ; \quad I = C \times i \times \frac{j}{360} \Rightarrow i = \frac{360 \times I}{C \times j} = 0,0918 = 9,18 \%$$

➤ $C = 14600 \text{ DH} ; i = 0,1165 ; j = 73 ; I = 340,18 \text{ DH} ; \text{année comptée pour } X \text{ jours}$

$$V_D = C + I = 14940,18 \text{ DH} ; \quad I = C \times i \times \frac{j}{X} \Rightarrow X = \frac{C \times i \times j}{I} = 365$$

➤ $C = 58400 \text{ DH} ; i = 0,122 ; V_D = 61249,92 \text{ DH} ;$

$$I = V_D - C = 2849,92 \text{ DH} ; \quad I = C \times i \times \frac{j}{365} \Rightarrow j = \frac{365 \times I}{C \times i} = 146 \text{ jours}$$

Exercice 3 : Deux capitaux diffèrent de 1250 dh. Le taux d'intérêt du premier est de 3% inférieur au taux d'intérêt du second. Le 1^{er} rapporte annuellement 5700 dh, le second rapporte annuellement 6325 dh. Calculer les deux capitaux et les deux taux d'intérêts. On supposera que l'intérêt est simple.

Corrigé : On note C_1 le premier capital et C_2 le second. On a alors :

$$\begin{cases} C_1 - C_2 = 1250 \\ C_1 \times i_1 \times 1 = 5700 \\ C_2 \times i_2 \times 1 = 6325 \\ i_2 = i_1 + 0,03 \end{cases}$$

On **remplace** dans la 3^{ème} équation C_2 par $C_1 - 1250$ et i_2 par $i_1 + 0,03$, on obtient :

$$(C_1 - 1250) \times (i_1 + 0,03) = 6325 \Leftrightarrow C_1 \times i_1 + 0,03C_1 - 1250i_1 - 37,5 = 6325$$

On **remplace** $C_1 \times i_1$ par sa valeur : 5700 et on obtient :

$$0,03C_1 - 1250i_1 = 662,5 \quad \text{« Nouvelle relation entre } C_1 \text{ et } i_1 \text{ »}$$

Nous devons donc résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} C_1 \times i_1 = 5700 \\ 0,03C_1 - 1250i_1 = 662,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1 = \frac{5700}{i_1} \\ 0,03 \times \frac{5700}{i_1} - 1250i_1 = 662,5 \end{cases}$$

On multiplie la 2^{ème} équation par i_1 et on obtient : $1250 \times i_1^2 + 662,5 \times i_1 - 171 = 0$

$$\Delta = 1293906,25 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 1137,5, \text{ on obtient : } i_1 = 19\%$$

Nous avons alors :

$$\begin{cases} i_1 = 19\% \\ C_1 = 5700 / i_1 = 5700 / 0,19 \Rightarrow C_1 = 30000 \\ C_2 = C_1 - 1250 \Rightarrow C_2 = 28750 \\ i_2 = i_1 + 3\% \Rightarrow i_2 = 22\% \end{cases}$$

Partie 3 : Intérêts Composés

Exercice 1 : Un capital C est placé à intérêts composés durant n années au taux i :

- Donner l'expression de l'intérêt obtenu à la fin de la 4^{ème} année
- Donner l'expression la somme des intérêts de la 1^{ère} à la 4^{ème} année
- Donner l'expression de la valeur acquise en fin de la 4^{ème} année
- Donner l'expression de l'intérêt I_4 (intérêt de la 4^{ème} année) en fonction de I_2 (intérêt de la 2^{ème} année)
- Préciser la loi à laquelle obéît la suite des intérêts (I_n) et la loi à laquelle obéît la suite des valeurs acquise (C_n)

Corrigé :

a) $I_4 = C_3 i = C(1+i)^3 i$

b) $I_{1\text{à}4} = C_4 - C = C((1+i)^4 - 1)$

c) $C_4 = C(1+i)^4$

d) $I_4 = I_2 \times (1+i)^2$

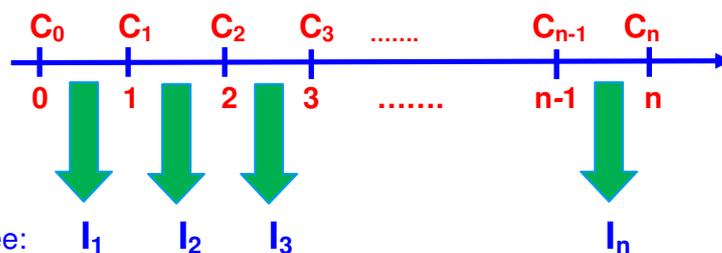
- e) La suite (I_n) est une suite géométrique de raison $1+i$ et de premier terme $I_1 = C \times i$.
La suite (C_n) est une suite géométrique de raison $1+i$ et de premier terme $C_1 = C(1+i)$

Exercice 2 : Un capital C a été placé au taux i durant plusieurs années en intérêts composés

- a) A Quelle loi obéit la suite (I_n) ; I_n étant l'intérêt durant l'année n ?
 b) A Quelle loi obéit la suite (C_n) ; C_n étant la valeur acquise après n années de placement ?
 c) Calculer $C_{n+1} - C_n$
 d) Calculer : $A = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n$ et $B = C_0 + C_1 + C_2 + \dots + C_{n-1}$

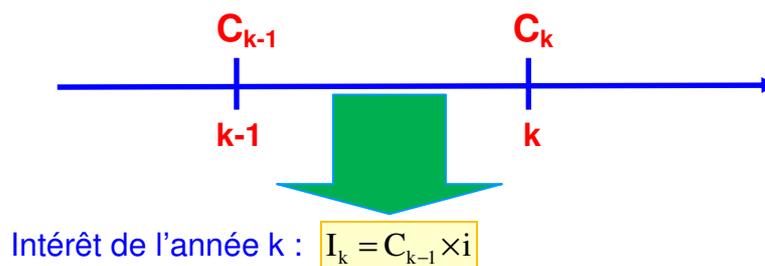
Montrer que : $I_n^2 = I_{n-1} I_{n+1}$ et $C_n^2 = C_{n-1} C_{n+1}$

Corrigé : « exercice sur les suites géométriques »



Intérêts par année:

Avec : $C_k = C_0 \times (1+i)^k$ et $I_k = C_{k-1} \times i$ pour $k = 1, \dots, n$



Intérêt de l'année k : $I_k = C_{k-1} \times i$

Rappel « voir cours : capitalisation » : $C_k = C_{k-1} + C_{k-1} \times i = (1+i) \times C_{k-1}$

a) La suite (I_n) : $I_{k+1} = C_k \times i = (1+i)C_{k-1} \times i = (1+i)I_k$ donc $I_{k+1} = (1+i)I_k$

➤ La suite (I_n) est une **suite géométrique** de raison $1+i$ et de premier terme $I_1 = C_0 \times i$

b) La suite (C_n) : d'après le rappel du cours ci-dessus : $C_k = C_{k-1} + C_{k-1} \times i = (1+i) \times C_{k-1}$

➤ (C_n) est une suite géométrique de raison $1+i$ et de premier terme $C_1 = C_0(1+i)$

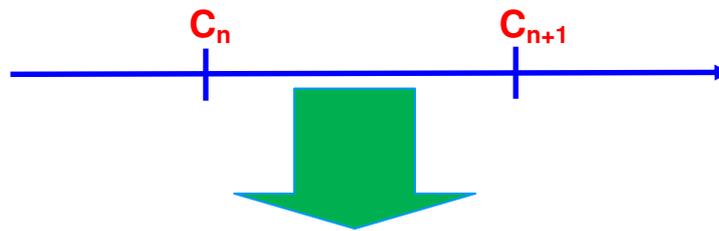
c) D'après la formule de la valeur acquise :

$$C_{n+1} - C_n = C_0(1+i)^{n+1} - C_0(1+i)^n = C_0(1+i)^n[(1+i) - 1]$$

$$\Rightarrow C_{n+1} - C_n = C_0(1+i)^n \times i$$

Ou directement : La différence entre les deux valeurs acquises est l'intérêt de l'année $n+1$:

$$C_{n+1} - C_n = I_{n+1} = C_n \times i = C_0(1+i)^n \times i$$



Intérêt de l'année $n+1$: $I_{n+1} = C_n \times i = C_0(1+i)^n \times i$

d) $A =$ La somme des intérêts = l'intérêt global (ou total) :

$$A = I_1 + I_2 + \dots + I_n = C_n - C_0 = C_0(1+i)^n - C_0 \Rightarrow A = C_0((1+i)^n - 1)$$

Ou (pour les amateurs des « suites ») :

$$A = I_1 + I_2 + \dots + I_n = C_0 \times i + C_1 \times i + \dots + C_{n-1} \times i = (C_0 + C_1 + \dots + C_{n-1}) \times i \Rightarrow A = B \times i$$

Calcul de B :

$$B = C_0 + C_1 + \dots + C_{n-1} = C_0 + C_0(1+i) + \dots + C_0(1+i)^{n-1}$$

$$\Rightarrow B = C_0(1 + (1+i) + \dots + (1+i)^{n-1}) = C_0(1 + k + \dots + k^{n-1}) \text{ où nous avons posé } k = 1+i$$

$$\Rightarrow B = C_0 \times \frac{k^n - 1}{k - 1} = C_0 \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Conclusion :

$$B = C_0 \frac{(1+i)^n - 1}{i} \text{ et } A = B \times i \Rightarrow A = C_0((1+i)^n - 1)$$

e) Formule générale pour toutes les suites géométriques :

$$I_n^2 = I_{n+1} \times I_{n-1} \text{ et } C_n^2 = C_{n+1} \times C_{n-1}$$

En effet, une suite géométrique (u_n) de raison k vérifie :

$$u_{n+1} = k \times u_n \quad \text{et} \quad u_n = k \times u_{n-1} \quad \text{donc} \quad u_{n+1} \times u_{n-1} = k \times u_n \times \frac{u_n}{k} = u_n^2$$

Exercice 3 : Compléter le tableau ci-dessous (en adoptant le système des intérêts composés)

Durée	Taux	Capital (DH)	Valeur définitive (DH)
5 ans et 5 mois	1% mensuel	102500
.....	3% trimestriel	52000	76000
20 ans	5.5% annuel	154000
.....	5% semestriel	134000	218271.88

Corrigé :

- $C = 102500$ DH ; $i = 0,01$ (taux mensuel, la période est donc le mois) ; nombre de mois = 65 :

$$V_D = C(1+i)^n = 102500 \times 1,01^{65} = 195710,07$$

- $i = 0,03$ (taux trimestriel, la période est donc le trimestre) ; $C = 52000$ DH : $V_D = 76000$ DH :

$$V_D = C(1+i)^n \Leftrightarrow 76000 = 52000 \times 1,03^n \Leftrightarrow \frac{76}{52} = 1,03^n \Leftrightarrow n = \frac{\ln(76/52)}{\ln 1,03} = 12,84$$

La durée de ce placement est de 12,84 trimestres, c'est-à-dire 3 années, 2 mois et 16 jours (environ)

- $i = 0,055$ (taux annuel, la période est l'année) ; n (nombre de période) = 20, $V_D = 154000$:

$$V_D = C(1+i)^n \Leftrightarrow C = V_D (1+i)^{-n} = 154000 \times 1,055^{-20} = 52780,26$$

- $i = 0,05$ (taux semestriel, la période est le semestre) ; $C = 134000$ DH : $V_D = 218271,88$ DH :

$$V_D = C(1+i)^n \Leftrightarrow 218271,88 = 134000 \times 1,05^n \Leftrightarrow \frac{218271,88}{134000} = 1,05^n \Leftrightarrow n = \frac{\ln(1,63)}{\ln 1,05} = 10$$

La durée de ce placement est de 10 semestres, c'est-à-dire 5 années

Exercice 4 : Un capital a été placé pendant 5 ans au taux d'intérêt de 10%. Le même capital est placé au taux i durant 4 ans. Sachant que les deux placements ont été effectués en intérêt composé et qu'ils donnent lieu à la même valeur acquise, calculer le taux i

Corrigé :

- **Placement 1 :** La valeur acquise après 5 ans : $C_5 = C_0 \times (1+0,10)^5$

- **Placement 2 :** La valeur acquise après 4 ans : $C_4 = C_0 \times (1+i)^4$

Les deux placements donnent lieu à **la même valeur acquise** donc :

$$C_0 \times (1+0,10)^5 = C_0 \times (1+i)^4 \Leftrightarrow 1,1^5 = (1+i)^4 \Leftrightarrow i = 1,1^{5/4} - 1 = 12,65\%$$

Exercice 5 : Un capital C est placé pendant n années au taux i par année. Calculer i, C et n sachant que l'intérêt de l'avant dernière année est 428,718€, l'intérêt de la dernière année est 471,595€ et l'intérêt de la 4^{ème} année est 266,2€.

Corrigé :

On a : $I_4 = C(1+i)^3 i = 266,2$; $I_{n-1} = C(1+i)^{n-2} i = 428,718$ et $I_n = C(1+i)^{n-1} i = 471,595$

Donc $\frac{I_n}{I_{n-1}} = 1+i = \frac{471,595}{428,718} = 1,10 \Rightarrow i = 10\%$; on remplace dans I_4 :

$$C \times 1,1^3 \times 0,1 = 266,2 \quad \text{et on obtient} \quad C = 2000.$$

Pour trouver n, on peut remplacer dans I_{n-1} ou dans I_n . Par exemple :

$$I_n = 2000 \times 1,1^{n-1} \times 0,1 = 471,595 \Rightarrow 1,1^{n-1} = 2,36 \Rightarrow n = \frac{\ln 2,36}{\ln 1,1} + 1 = 10$$

Il s'agit donc d'un capital C=2000€ placé au taux i=10% pendant 10 ans.

Partie 4 : Taux proportionnels, Taux équivalents, Taux moyen

Exercice 1 : Calculer le taux moyen des placements suivants : 2000 DH placés pendant 30 jours à 7%, 7000 DH placés pendant 60 jours à 10% et 10 000 DH placés pendant 50 jours à 9%.

Corrigé : On applique la formule : $i_m = \frac{\sum_k C_k i_k j_k}{\sum_k C_k j_k}$, ainsi :

$$i_m = \frac{2000 \times 0,07 \times 30 + 7000 \times 0,10 \times 60 + 10000 \times 0,09 \times 50}{2000 \times 30 + 7000 \times 60 + 10000 \times 50} = \frac{91200}{980000} = 0,0931 = 9,31\%$$

Exercice 2 :

- 1) Donner l'expression du taux mensuel i_m équivalent au taux annuel i_a
- 2) Donner l'expression du taux trimestriel i_t équivalent au taux quotidien i_q

Corrigé :

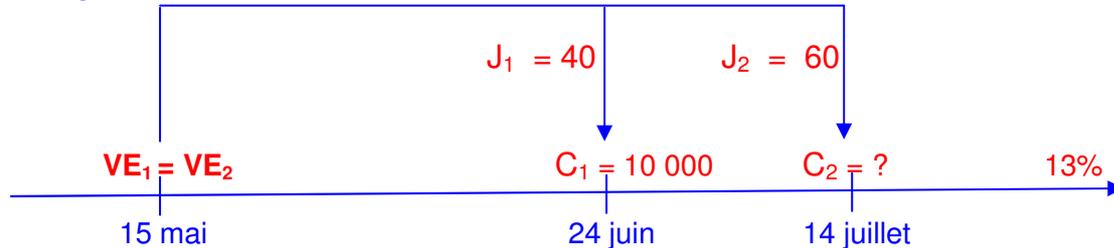
1) $i_m = (1+i_a)^{1/12} - 1$

2) $i_t = (1+i_q)^{90} - 1$

Partie 5 : Escompte commercial, Équivalence de capitaux

Exercice 1 : Un commerçant souhaite remplacer le 15 mai un effet de 10 000 DH arrivant à échéance le 24 juin par un autre échéant le 14 juillet. Déterminer la valeur (nominale) de l'effet de remplacement (taux=13%)

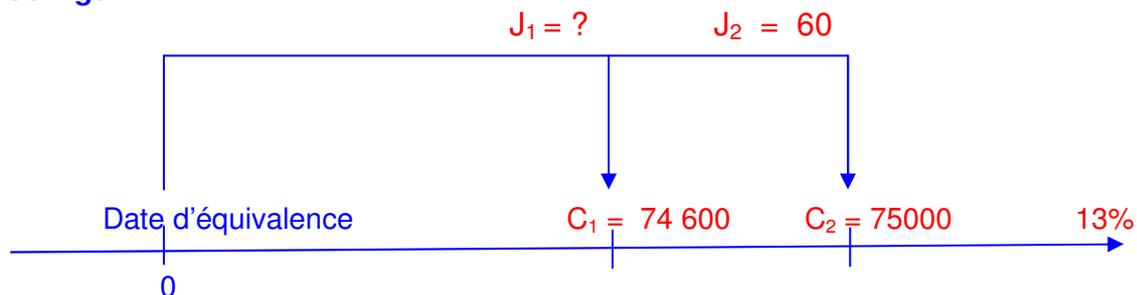
Corrigé :



Alors $VE_1 = VE_2 \Leftrightarrow 10000\left(1 - \frac{0,13 \times 40}{360}\right) = C_2\left(1 - \frac{0,13 \times 60}{360}\right) \Rightarrow C_2 = 10073,82\text{DH}$

Exercice 2 : Un débiteur désire remplacer un effet de valeur nominale 75 000 DH qu'il doit payer dans 60 jours par un autre de valeur nominale 74 600 DH. Quelle serait la date d'échéance de cette nouvelle dette ? (taux d'escompte 13%).

Corrigé :



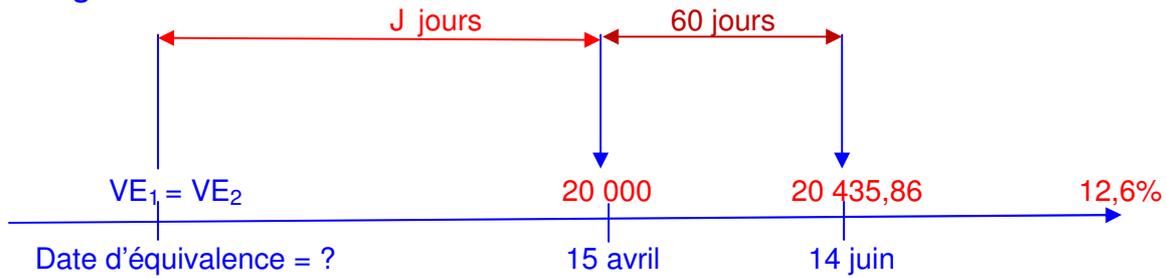
La valeur de la dette (l'effet) a baissée de 75000 DH à 74 600 DH, c'est que la date de l'échéance est plus proche. (Ceci dit, on peut mettre J_1 avant ou après J_2 , le calcul par la suite donnera la valeur exacte de J_1 , le but du schéma est uniquement de nous aider à la mise en équation, c'est-à-dire écrire l'équation d'équivalence)

On a alors : $74600\left(1 - \frac{0,13 \times J_1}{360}\right) = 75000\left(1 - \frac{0,13 \times 60}{360}\right)$

$\Rightarrow \frac{74600 \times 0,13}{360} J_1 = 1225 \Rightarrow J_1 = \frac{1225 \times 360}{74600 \times 0,13} = 45,47$ Soit $J_1 = 46$ jours

Exercice 3 : A quelle date un effet de valeur nominale 20 000 DH à échéance le 15 avril est-il équivalent à un effet de 20 435,86 DH à échéance du 14 juin de la même année ? (taux d'escompte 12,60%)

Corrigé :

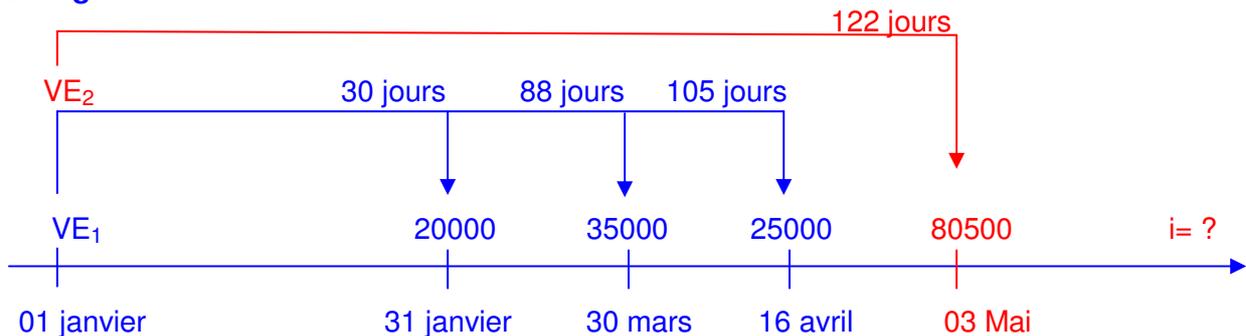


On a alors :
$$20000\left(1 - \frac{0,126 \times J}{360}\right) = 20435,86\left(1 - \frac{0,126 \times (60 + J)}{360}\right)$$

$\Leftrightarrow 20000 - 7J = 2006,71 - 7,15J \Rightarrow J = 43,98$ Soit 44 jours avant le 15 avril, soit le 02 mars de la même année.

Exercice 4 : A la date du 01 janvier 2005, un individu remplace trois effets : 20000 DH échéant le 31 janvier, 35000 DH échéant le 30 mars et 25000 DH échéant le 16 avril par un effet unique de 80500 DH échéant le 03 Mai. Quel est le taux d'escompte ?

Corrigé :



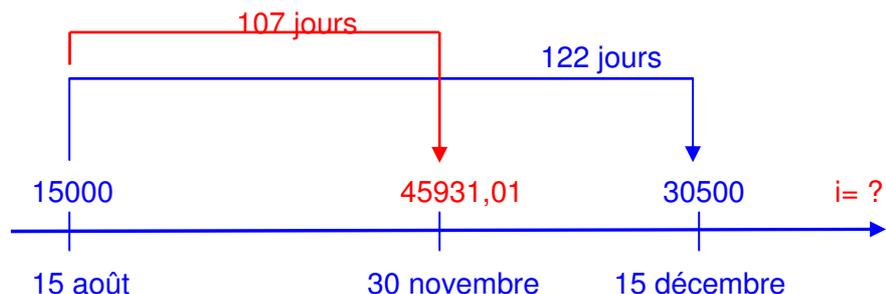
On a alors :

$$VE_1 = VE_2 \Leftrightarrow 20000\left(1 - \frac{30 \times i}{360}\right) + 35000\left(1 - \frac{88 \times i}{360}\right) + 25000\left(1 - \frac{105 \times i}{360}\right) = 80500\left(1 - \frac{122 \times i}{360}\right)$$

$\Rightarrow i = 5,12 \%$

Exercice 5 : A la date du 15 août 2004, un particulier remplace deux effets : 15000 DH à échéance le 15 août et 30500 DH échéant le 15 décembre, par un seul effet de 45931,01 DH échéant le 30 novembre. Quel est le taux d'escompte ?

Corrigé :

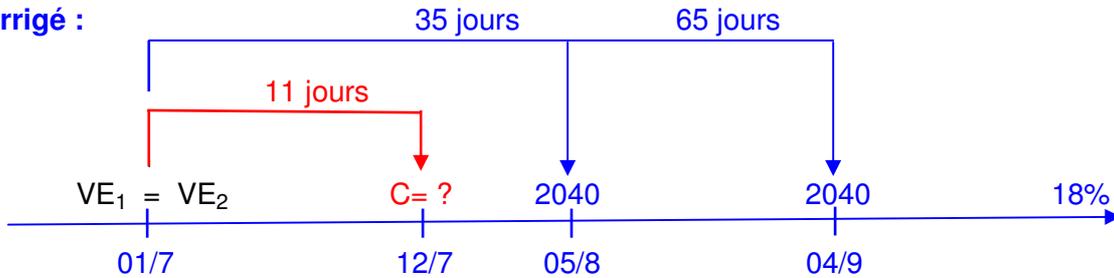


On a alors :

$$15000 + 30500 \left(1 - \frac{122 \times i}{360} \right) = 45931,01 \left(1 - \frac{107 \times i}{360} \right) \Rightarrow i = 13 \%$$

Exercice 6 : On remplace le 01 juillet 2004 un effet échéant le 12 juillet par deux effets de 2040 DH chacun échéant le 05 août et le 04 septembre. Quelle est la valeur nominale de cet effet sachant que le taux d'escompte est 18%.

Corrigé :



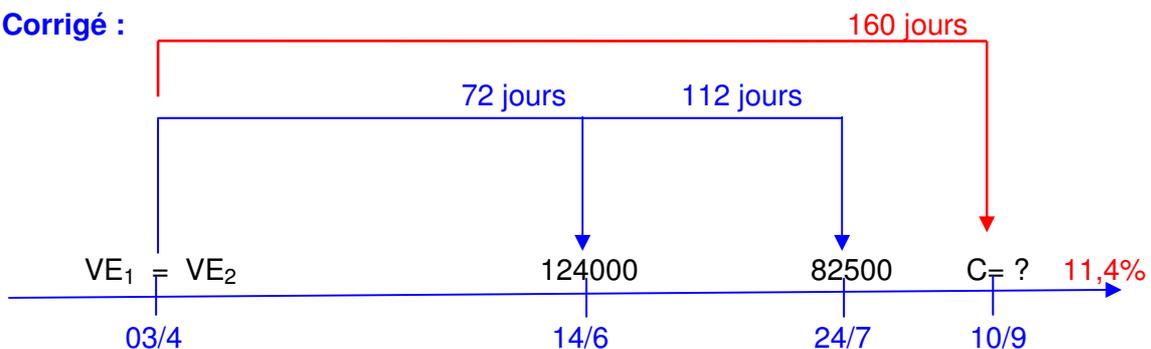
On a alors :

$$VE_1 = VE_2 \Leftrightarrow 2040 \left(1 - \frac{35 \times 0,18}{360} \right) + 2040 \left(1 - \frac{65 \times 0,18}{360} \right) = C \left(1 - \frac{11 \times 0,18}{360} \right)$$

$$\Leftrightarrow 2040 \left(2 - \frac{100 \times 0,18}{360} \right) = C \left(1 - \frac{11 \times 0,18}{360} \right) \Rightarrow C = 4000 \text{ DH}$$

Exercice 7 : Le 03 avril, un commerçant négocie le remplacement de deux effets : 124000 échéant le 14 juin, 82500 échéant le 24 juillet, par un effet unique échéant le 10 septembre. Quelle est la valeur nominale de cet effet de remplacement ? (Taux d'escompte 11,4%)

Corrigé :

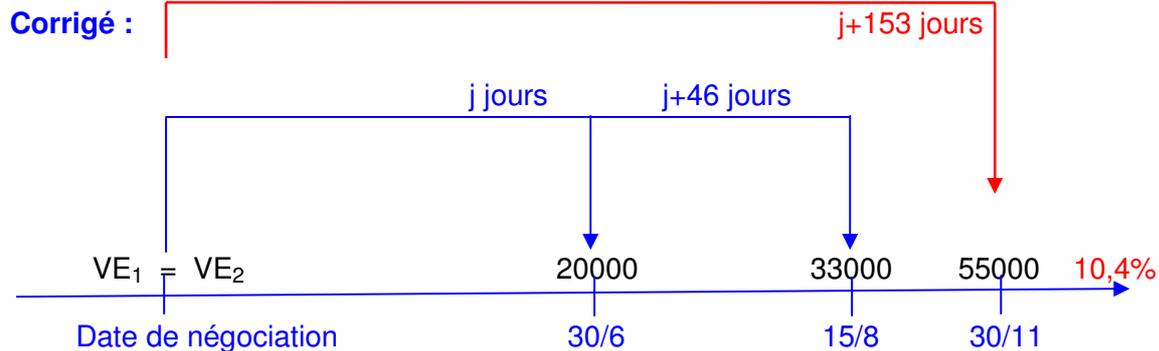


On a alors :

$$VE_1 = VE_2 \Leftrightarrow 124000 \left(1 - \frac{72 \times 0,114}{360} \right) + 82500 \left(1 - \frac{112 \times 0,114}{360} \right) = C \left(1 - \frac{160 \times 0,114}{360} \right)$$

$$\Rightarrow C = 211460,81 \text{ DH}$$

Exercice 8 : Un négociant échange un effet de valeur nominale 55000 DH arrivant à échéance le 30 novembre contre deux effets : 20 000 DH échéant le 30 juin et 33000 DH échéant le 15 août. Quelle est la date de négociation de cette transaction sachant que le taux d'escompte est de 10,4% ?



On note j le nombre de jour séparant la date de négociation de la première date d'échéance : 30 juin. On a alors :

$$VE_1 = VE_2 \Leftrightarrow 20000 \left(1 - \frac{j \times 10,4}{36000} \right) + 33000 \left(1 - \frac{(j+46) \times 10,4}{36000} \right) = 55000 \left(1 - \frac{(j+153) \times 10,4}{36000} \right)$$

$\Rightarrow j = 13$ jours . Cette transaction a eu lieu 13 jours avant le 30 juin, c'est-à-dire le 17 juin

Exercice 9 : Un entrepreneur détient de son client 2 effets : 20000 payable (à échéance) le 15 juillet 2009 et 50000 payable le 03 août 2009. Le 15 mai, le client le contacte et lui propose le paiement suivant : 4 versements égaux de 17600 DH chacun, le 1^{er} ayant lieu le 22 juin, le 2^{ème} le 15 septembre et le 3^{ème} le 22 octobre. Quelle serait l'échéance du 4^{ème} versement pour que les deux modes de paiements soient équivalents, sachant que le taux d'escompte est de 12%.

Corrigé : On écrit l'équation d'équivalence des deux modes de paiement (on commence par compter le nombre de jours séparant le 15 mai (date d'équivalence) de chaque date de échéance :

$$17600 \left(1 - \frac{38 \times 12}{36000} \right) + 17600 \left(1 - \frac{123 \times 12}{36000} \right) + 17600 \left(1 - \frac{160 \times 12}{36000} \right) + 17600 \left(1 - \frac{j \times 12}{36000} \right)$$

$$= 20000 \left(1 - \frac{61 \times 12}{36000} \right) + 50000 \left(1 - \frac{80 \times 12}{36000} \right)$$

j étant le nombre de jours séparant le 15 mai de l'échéance du 4^{ème} versement. On obtient :

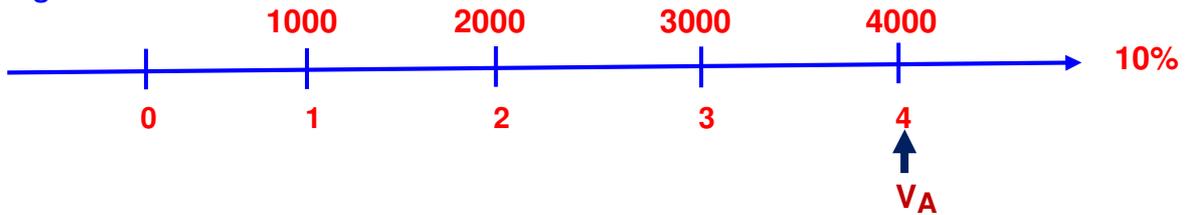
$j = 43,77$ jours ; C'est à dire 44 jours après le 15 mai, soit le 28 juin.

Partie 6 : Annuités

Exercice 1 : Une personne effectue les placements annuels respectifs suivants (1000 ; 2000 ; 3000 ; 4000) au taux 10%

- 1) Calculer le capital ainsi constitué immédiatement après le dernier versement
- 2) Calculer le capital, 3 années après le dernier versement

Corrigé :



1) Il s'agit de calculer la valeur acquise de cette suite de versements :

$$\text{Capital} = V_A = 1000 \times 1,1^3 + 2000 \times 1,1^2 + 3000 \times 1,1^1 + 4000 = 11051$$

2) 3 années après le dernier versement, le capital a une valeur acquise :

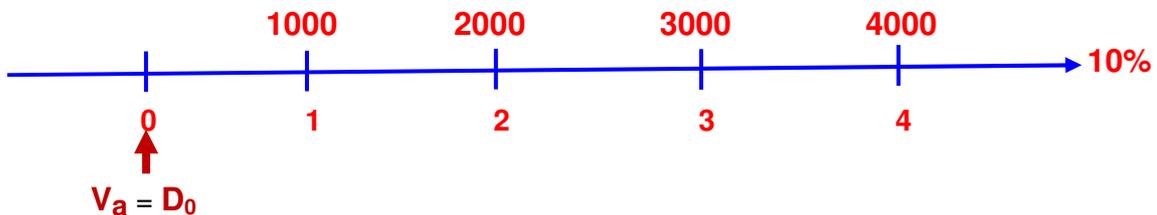
$$V'_A = V_A \times 1,1^3 = 11051 \times 1,1^3 = 14708,88$$

Exercice 2 : Une personne Un emprunt est amorti par les remboursements annuels respectifs suivants (1000, 2000, 3000, 4000) au taux 10%

- 1) Calculer la valeur de cet emprunt dans le cas où les remboursements sont immédiats
- 2) Calculer la valeur de cet emprunt dans le cas où la banque accorde au bénéficiaire de cet emprunt un différé de 3 ans

Corrigé :

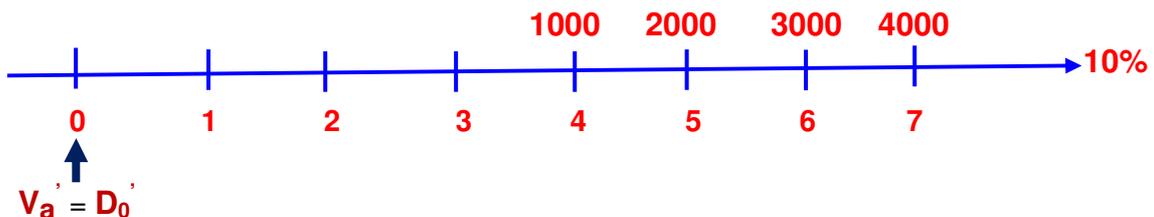
1) « remboursements immédiats = versements en fin de période »



L'emprunt est noté D_0 : D_0 est la valeur actualisée (ou valeur actuelle) à la date 0 des quatre versements : Il s'agit de calculer la valeur actuelle de cette suite de versements :

$$D_0 = V_a = 1000 \times 1,1^{-1} + 2000 \times 1,1^{-2} + 3000 \times 1,1^{-3} + 4000 \times 1,1^{-4} = 7547,98$$

2) Un différé de 3 ans veut dire qu'il faut **décaler de trois périodes « vers la droite »** le **premier versement** du schéma précédent :



Il s'agit de calculer la valeur actuelle de cette suite de versements :

$$D'_0 = V'_a = 1000 \times 1,1^{-4} + 2000 \times 1,1^{-5} + 3000 \times 1,1^{-6} + 4000 \times 1,1^{-7}$$

Il suffit de remarquer que : $D_0' = D_0 \times 1,1^{-3} = 7547,98 \times 1,1^{-3} = 5670,91$

Remarque : vous demandez un délai « un différé »...vous perdez de l'argent (le montant de votre emprunt diminue)

Exercice 3: Un emprunt de 15000€ est amorti en 60 mensualités par des remboursements constants et immédiats au taux mensuel de 2%

- 1) Calculer la mensualité par un calcul direct
- 2) Calculer la mensualité en la considérant comme le douzième de l'annuité

Corrigé :

- 1) La période ici est le mois, et nous avons le taux mensuel, on peut donc faire le calcul directement ; le montant de l'emprunt étant égal à la valeur actuelle de l'ensemble des mensualités « constantes » :

$$D_0 = a \cdot \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

avec $i=2\%$ (c'est-à-dire 0,02) ; $n = 60$ (60 mensualités) et a désigne le **montant** de la mensualité. On obtient :

$$15000 = a \cdot \frac{1 - (1 + 0,02)^{-60}}{0,02} \Leftrightarrow a = \frac{15000 \times 0,02}{1 - 1,02^{-60}} = 431,52$$

Remarque : on emprunte 15000 et on rembourse 60 mensualités de 431,52 chacune. Quel est le coût de ce prêt ?

- **L'intérêt réalisé par le prêteur** (le banquier par exemple) est :

$$I = 60 \times 431,52 - 15000 = 10891,20$$

- 2) On rappelle que lorsqu'il s'agit d'un emprunt D_0 dont les remboursements sont constants et immédiats (**fin de périodes**), on utilise la formule :

$$D_0 = a \cdot \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \quad (1)$$

Remarque : à propos de l'application de cette formule : il faut qu'elle soit homogène, c'est-à-dire : si a désigne la valeur des remboursements par **période**, i est le taux d'intérêt par **période** et n est le **nombre de périodes**. (Exemple : a mensualité, i le **taux mensuel** et n est le **nombre de mois**).

On vous propose ici de calculer la **mensualité** en la considérant comme le **douzième** de l'**annuité**. On vous suggère implicitement de calculer l'annuité a et d'en déduire la mensualité m ($m=a/12$). On doit donc prendre comme période l'année : **60 mensualités = 5 années**

Reste à calculer i (le **taux annuel équivalent au taux mensuel 2%**) :

$$(1+i_m)^{12} = (1+i) \Leftrightarrow i = (1+i_m)^{12} - 1 = 1,02^{12} - 1 = 26,82\%$$

On reprend alors la formule (1) avec comme période l'année :

$$D_0 = a \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \Leftrightarrow 15000 = a \frac{1-(1+0,2682)^{-5}}{0,2682}$$

Donc $a = \frac{15000 \times 0,2682}{1-1,2682^{-5}} = 5787,09$ et par conséquent : $m = \frac{a}{12} = \frac{5787,09}{12} = 482,26$

Exercice 4 : Un capital a été constitué de la manière suivante : 5 placements constants de 1000dh au taux 10% suivis de 5 placements constants de 1200dh au taux de 8%. Calculer la valeur de ce capital immédiatement après le dernier placement

Corrigé : On calcule ici la valeur acquise à la date « 10 » (faites un schéma):

Les **5 premiers placements** (placements en fin de période au taux de **10%**) ont une **valeur acquise** immédiatement après le dernier placement (des 5) ; cette valeur acquise reste placée (en banque par exemple) **5 ans**. En parallèle, on continue à effectuer des placements de fin de période au taux de **8% (5 placements)**. La valeur acquise immédiatement après le dernier placement est :

$$V_A = 1000 \frac{1,1^5 - 1}{0,1} \times 1,08^5 + 1200 \frac{1,08^5 - 1}{0,08} = 13145,02\text{dh}$$

Exercice 5 : Un emprunt est amorti par 5 versements constants et immédiats de 1000dh au taux 10% suivis de 5 versements de 1200dh au taux de 8%. Calculer le montant de cet emprunt

Corrigé :

C'est le schéma de l'exercice précédent, mais dans le sens contraire : on calcule ici la valeur actuelle (**formule de la valeur actuelle**) à la date 0 :

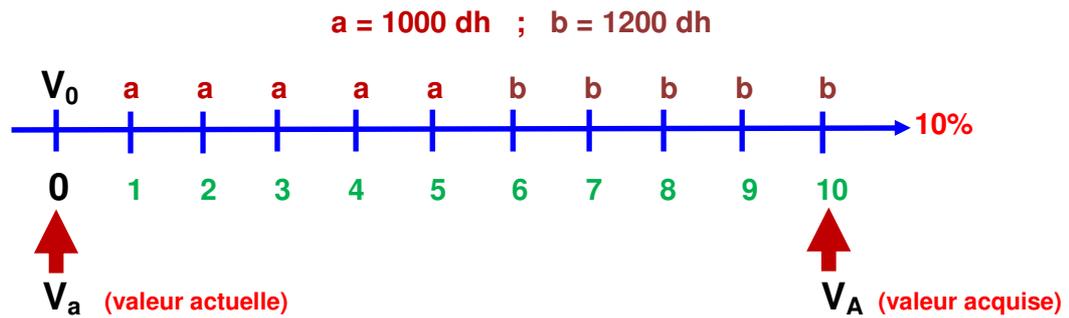
$$D_0 = 1000 \frac{1-1,1^{-5}}{0,1} + 1200 \frac{1-1,08^{-5}}{0,08} \times 1,1^{-5} = 6765,78\text{dh}$$

Exercice 6 :

- Calculer la valeur acquise immédiatement après le dernier versement d'une suite de 10 placements : les 5 premiers de 1000 dh chacun et les 5 suivants de 1200 dh chacun. Le taux de placement est 10%.
- Calculer la nouvelle valeur acquise immédiatement après le dernier versement, si entre les deux suites de placements on ne verse pas 3 annuités
- Un emprunt est remboursé par 5 annuités en progression arithmétique de 1^{er} terme 1000 dh et de raison 200 dh. Le taux pratiqué est 10%. Calculer la valeur de cet emprunt dans le cas d'un remboursement immédiat
- Refaire la question précédente dans le cas d'un remboursement avec un différé de 3 ans.

Corrigé :

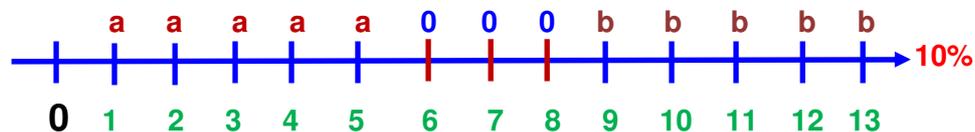
a)



La valeur acquise de cette suite de placements est donnée par :

$$V_A = 1000 \times \frac{1,1^5 - 1}{0,1} \times 1,1^5 + 1200 \times \frac{1,1^5 - 1}{0,1} = 17158,44$$

b)



La valeur acquise dans ce cas est donnée par :

$$V_A = 1000 \times \frac{1,1^5 - 1}{0,1} \times 1,1^8 + 1200 \times \frac{1,1^5 - 1}{0,1} = 20412,94$$

c) La valeur de l'emprunt est égale à la valeur actuelle de la suite des cinq annuités :

$$D_0 = V_a = 1000 \times 1,1^{-1} + 1200 \times 1,1^{-2} + 1400 \times 1,1^{-3} + 1600 \times 1,1^{-4} + 1800 \times 1,1^{-5} = 5163,15$$

d) $D'_0 = D_0 \times 1,1^{-3} = 3879,15$

Exercice 7 : Un client voudrait acquérir une table qui vaut en cas de paiement comptant la somme de 7500 dh. Le vendeur lui fait les 4 propositions suivantes :

- En cas de règlement immédiat, une remise de 15% lui sera accordée
 - En cas de règlement dans 2 ans, il paierait 8000 dh
 - En cas de paiement dans 3 ans, il réglerait la somme de 9500 dh
 - En cas de paiement de 30% immédiatement, le reste ne serait réglé que dans 3 ans
- Quelle est la proposition la plus avantageuse pour notre client ? Le taux d'intérêt pratiqué est de 10%

Corrigé : Le plus important ici est la notion de valeur actuelle : C_0

a) 1^{ère} proposition : Le client doit dépenser « immédiatement » : $7500 - 0,15 \times 7500 = 6375$

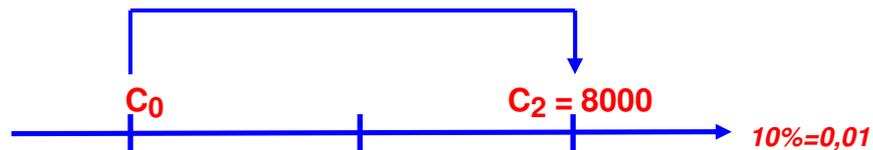
b) 2^{ème} proposition : 8000 Dh dans deux ans !!

➤ Question : Le client doit dépenser combien : immédiatement ?

➤ Réponse des étudiants : Rien...Monsieur !!

➤ Prof : Faux !! ... il doit dépenser (ou plutôt placer) immédiatement C_0

Explication :



✚ Payer $C_2=8000$ dh dans deux ans revient à verser C_0 immédiatement !!

✚ C_0 est **la valeur actuelle** du placement (ou du mode de paiement)

Calculons alors combien **doit déboursier immédiatement** le client dans le cas de la proposition b) :

$$C_0 \times (1+0,10)^2 = 8000 \Leftrightarrow C_0 = 8000 \times (1+0,10)^{-2} \Rightarrow C_0 = 8000 \times 1,1^{-2} = 6611,57$$

c) 3^{ème} proposition : 9500 dh... dans 3 ans !! Combien **doit déboursier « immédiatement »** le client dans le cas de la proposition c) :

$$C_0 \times (1+0,10)^3 = 9500 \Leftrightarrow C_0 = 9500 \times (1+0,10)^{-3} \Rightarrow C_0 = 9500 \times 1,1^{-3} = 7137,49$$

d) 4^{ème} proposition : 30% « du prix de base : 7500 dh » immédiatement ... le reste « 70% de 7500 » dans 3 ans !! Le client doit **déboursier immédiatement** :

➤ 30% « du prix de base : 7500 dh » soit : **2250** dh

➤ 70% « de 7500 dh » soit **5250** dh dans **3 ans** correspond à un versement immédiat de C_0 tel que :

$$C_0 \times (1+0,10)^3 = 5250 \Leftrightarrow C_0 = 5250 \times (1+0,10)^{-3} \Rightarrow C_0 = 5250 \times 1,1^{-3} = 3944,40$$

Soit un au total un versement immédiat de **2250 + 3944,40 = 6194,40**

Conclusion : La 4^{ème} proposition est **la plus avantageuse** « **la plus économique** » pour notre client

Exercice 8: Les constructeurs automobiles font preuve de beaucoup d'imagination pour vendre leurs voitures. Ainsi le constructeur X propose à ses clients pour une voiture de 150000 dh les formules suivantes :

- Une remise de 15% en cas de paiement immédiat ;
 - Le paiement dans un an de la somme de 150000 dh ;
 - Le paiement dans deux ans de 160000 dh ;
 - Le paiement de 30% immédiatement et le reste dans 2 ans ;
 - Le paiement en trois phases : 20% immédiatement, 40% dans 2 ans et 40% un an plus tard
- Classer ces différentes propositions sachant que le taux d'intérêt pratiqué est 10%
 - Quelle remise devra accorder le vendeur à son client pour que la meilleure proposition soit la première

Corrigé :

1) Formules proposées :

a) Paiement immédiat de $150000 \times (1 - 0,15) = 150000 \times 0,85 = 127500$

b) **Valeur actuelle** du mode de paiement :

$$C_0 \times 1,1^1 = 150000 \Leftrightarrow C_0 = 150000 \times 1,1^{-1} = 136363,63$$

c) Valeur actuelle du mode de paiement : $C_0 = 160000 \times 1,1^{-2} = 132231,40$

d) Valeur actuelle du mode de paiement : $C_0 = 45000 + 105000 \times 1,1^{-2} = 131776,86$

e) Valeur actuelle du mode de paiement :

$$C_0 = 30000 + 60000 \times 1,1^{-2} + 60000 \times 1,1^{-3} = 124665,67$$

Classement des propositions : e) ; a) ; d) ; c) ; b)

2) $150000 \times (1 - x) \leq 124665,67 \Leftrightarrow 1 - x \leq 0,8311 = 83,11\% \Leftrightarrow x \geq 16,89\%$

Le vendeur devra accorder une remise supérieure à 16,89% : 17% par exemple pour que la meilleure proposition soit la première.

Partie 7 : Amortissement des emprunts indivis

Exercice 1 : Un emprunt de 6000€ est amorti par 5 annuités immédiates au taux de 10%.

- 1) Dresser le tableau d'amortissement de cet emprunt sachant que les annuités sont constantes. Établir la loi suivie par les amortissements dans ce cas.
- 2) Dresser le tableau d'amortissement dans le cas où les amortissements sont constants. Établir la loi suivie par les annuités dans ce cas. Vérifier que la somme des annuités actualisées est égale au capital emprunté
- 3) Dresser le tableau d'amortissement dans le cas d'un remboursement final (remboursement du capital à la fin de la dernière période). Vérifier que la somme des annuités actualisées est égale au capital emprunté. En parallèle, l'emprunteur constitue durant les 5 périodes un fonds d'amortissement propre en plaçant 5 annuités constantes. Sachant que le taux de placement est de 12%, calculer la valeur de l'annuité permettre de constituer ce fond propre
- 4) Si vous étiez à la place de cet emprunteur, auriez-vous choisi la procédure des annuités constantes ou le remboursement final avec constitution d'un fonds d'amortissement ?

Corrigé :

1) « remboursement par annuités constantes »

- **Tableau d'amortissement :** (on peut utiliser [la méthode rapide](#) décrite dans [le cours](#) et qui ne concerne que le cas particulier du remboursement par annuités constantes)

L'annuité constante a est donnée par :

$$a = \frac{6000 \times 0,1}{1 - 1,1^{-5}} = 1582,78$$

D'où le tableau d'amortissement :

Période	Capital dû (ou dette restante)	Intérêt (calculé sur le capital dû)	Amortissements (annuité - Intérêt)	Annuités (constantes)
1	6000	600	982,78	1582,78
2	5017,22	501,72	1081,06	1582,78
3	3936,16	393,62	1189,16	1582,78
4	2747	274,70	1308,08	1582,78
5	1438,92	143,89	1438,89	1582,78

➤ L'écart constaté entre le dernier capital dû et le dernier amortissement est dû aux erreurs d'arrondi

- Les amortissements sont en **progression géométrique** de raison **1,1**

2) Les amortissements étant constants, leur nombre est **5** et leur somme est le capital emprunté 6000, chacun d'entre eux vaut donc **1200**

- D'où le tableau d'amortissement : (voir méthode du Cours : **on complète la ligne 1** : on calcule **I_1** , puis l'annuité **A_1** , on passe ensuite à **la ligne 2**, etc....)

Période	Capital dû	Intérêt (calculé sur le capital dû)	Amortissements (constants)	Annuités (Intérêt + Amortissement)
1	6000	600	1200	1800
2	4800	480	1200	1680
3	3600	360	1200	1560
4	2400	240	1200	1440
5	1200	120	1200	1320

- Nous remarquons que le capital restant dû diminue de **1200** à chaque fois, les Intérêts diminuent donc de **$0,1 \times 1200 = 120$** . Les annuités suivent donc une progression arithmétique de raison **-120** (car les annuités sont égales à la somme des intérêts et des amortissements, les amortissements sont constants et les intérêts diminuent de 120, donc les annuités diminuent aussi de 120)

- En effet :

$$1800 \cdot 1,1^{-1} + 1680 \cdot 1,1^{-2} + 1560 \cdot 1,1^{-3} + 1440 \cdot 1,1^{-4} + 1320 \cdot 1,1^{-5} = 6000$$

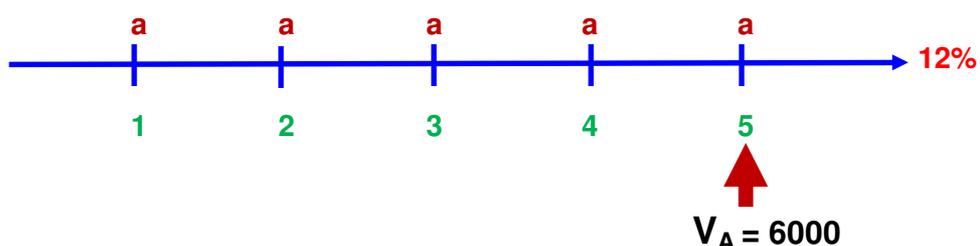
- 3) Le remboursement étant final, tous les amortissements sont nuls sauf le dernier qui est égal au capital emprunté.

Période	Capital dû	Intérêt (calculé sur le capital dû)	Amortissements	Annuités (Intérêt + Amortissement)
1	6000	600,00	0,00	600,00
2	6000	600,00	0,00	600,00
3	6000	600,00	0,00	600,00
4	6000	600,00	0,00	600,00
5	6000	600,00	6000,00	6600,00

- En effet :

$$600 \cdot 1,1^{-1} + 600 \cdot 1,1^{-2} + 600 \cdot 1,1^{-3} + 600 \cdot 1,1^{-4} + 6600 \cdot 1,1^{-5} = 6000$$

➤ Constitution du fonds propre :



$$6000 = a \times \frac{1,12^5 - 1}{0,12} \Rightarrow a = \frac{6000 \times 0,12}{1,12^5 - 1} = 944,46$$

4) L'emprunteur doit choisir la procédure **la moins couteuse** :

Rappel : Le **coût de l'emprunt**, pour l'emprunteur, est la **différence** entre ce qu'il doit **verser** et ce qu'il a **reçu**

➤ Avec la procédure des **annuités constantes**, le **coût de l'emprunt** est :

$$\text{Coût} = 5 \times \text{annuité} - 6000 = 5 \times 1582,78 - 6000 = 1913,90$$

➤ Avec la procédure du **remboursement final** avec **constitution d'un fonds d'amortissement**, l'emprunteur doit verser :

✚ D'une part, les **intérêts** de la banque : **cinq** fois 600

✚ D'autre part, **cinq** fois 944,46 pour constituer son fonds d'amortissement

Nous avons alors :

$$\text{Coût} = 5 \times 600 + 5 \times 944,46 - 6000 = 1722,30$$

La procédure **la moins couteuse** pour l'emprunteur est donc celle du **remboursement final** avec **constitution d'un fonds d'amortissement** !! Ceci est dû au fait que La constitution du fond d'amortissement a été effectué à un taux plus élevé que celui de l'emprunt : **12%** pour constituer le fonds d'amortissement et **10%** pour amortir l'emprunt.

Exercice 2 : Calculer la valeur D_0 d'un emprunt et le nombre d'annuités n sachant que les annuités sont constantes et toutes égales à 4068,635€ et que les 3^{ème} et 5^{ème} amortissements ont pour valeurs respectives $M_3=1898,048$ et $M_5=2296,638$

Corrigé : Les **amortissements** sont en **progression géométrique** de **raison $(1 + i)$** . Nous avons donc :

$$M_5 = (1+i)^2 \times M_3 \Rightarrow i = \sqrt{\frac{M_5}{M_3}} - 1 = \sqrt{\frac{2296,638}{1898,048}} - 1 = 9,999 \Rightarrow i = 10\%$$

Nous en déduisons la valeur de M_1 ensuite celle de I_1 ($I_1 = \text{annuité} - M_1$) :

$$M_3 = (1+i)^2 \times M_1 \Rightarrow M_1 = \frac{M_3}{1,1^2} = 1568,63 \Rightarrow I_1 = 4068,635 - M_1 = 2500$$

Ce premier intérêt étant calculé sur le capital emprunté D_0 :

$$I_1 = D_0 \times i \Rightarrow D_0 = \frac{I_1}{i} = 25000$$

Pour calculer le **nombre d'annuités n** , nous avons le choix entre **deux** formules :

$$D_0 = M_1 \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} \Leftrightarrow 25000 = 1563,63 \times \frac{1,1^n - 1}{0,1} \Rightarrow n = \ln\left(\frac{25000 \times 0,1}{1563,63} + 1\right) / \ln 1,1 = 10$$

Ou

$$D_0 = a \times \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \Leftrightarrow 25000 = 4068,635 \times \frac{1 - 1,1^{-n}}{0,1} \Rightarrow n = -\ln\left(1 - \frac{25000 \times 0,1}{4068,635}\right) / \ln 1,1 = 10$$

Il s'agit donc d'un emprunt de **25000€** remboursé par le versement de **10 annuités constantes** calculées à **10%**